

TSFS06 Diagnos och övervakning
Föreläsning 6 - Tröskling och analys av teststorheter

Erik Frisk

Institutionen för systemteknik
Linköpings universitet
erik.frisk@liu.se

2022-04-14

- *Tröskelsättning och beslut i osäker miljö*
- *Tröskelsättning i ett idealiserat fall*
- *Adaptiva trösklar*
 - *Prediktionsfel*
 - *Likelihood-funktionen*
 - *Parameterskattning*
 - *Residualer*
- *Hur bra är min teststorhet?*

Presenterades principer för hur det kan gå till att skapa teststorheter

- 1 Prediktionsfel
- 2 Parameterskattningar
- 3 Likelihood
- 4 Residualer

Finns fler och ingen ortogonal klassificering.

- Prediktionsfel

$$T(z) = \min_{\theta \in \Theta_0} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t|z, \theta))^2$$

- Parameterskattningar

$$T(z) = |\hat{\theta} - \theta_0|, \quad \hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t|z, \theta))^2$$

- Likelihood

$$T(z) = \max_{\theta \in \Theta_0} f(z|\theta), \quad f(z|\theta) \text{ är fördelningen för observationerna}$$

- Residualer

$$r = d^{-1}(p)\gamma(p)N_H(p)L(p)z$$

och andra metoder som kommer i senare föreläsningar

- *Tröskelsättning och beslut i osäker miljö*
- *Tröskelsättning i ett idealiserat fall*
- *Adaptiva trösklar*
 - *Prediktionsfel*
 - *Likelihood-funktionen*
 - *Parameterskattning*
 - *Residualer*
- *Hur bra är min teststorhet?*

Tröskling av teststorheter

För att kunna ta beslut om noll-hypotesen ska förkastas eller ej krävs att en regel som säger när nollhypotesen ska förkastas.

Typiskt, larma om teststorheten överskrider en tröskel J , dvs.

$$T(z) > J \Rightarrow \text{generera ett larm}$$

För teststorheter baserade på likelihood-funktionen $L(z)$ blir det $<$ istället för $>$, dvs.

$$T(z) = L(z) < J \Rightarrow \text{generera ett larm}$$

Fundamental fråga

Hur väljer man tröskeln J och vad bör man tänka på?

Beslut i brusig och osäker miljö

Antag ett test som ska övervaka ett fel.

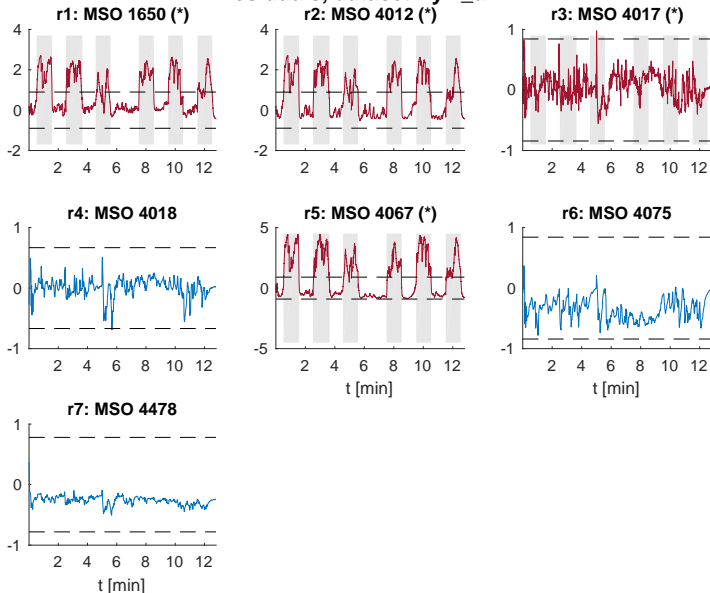
Testet kan larma eller inte och systemet kan vara OK eller $\neg OK$, dvs fyra kombinationer:

	no larm	larm
OK		Falskalarm
not OK	Missad detektion	

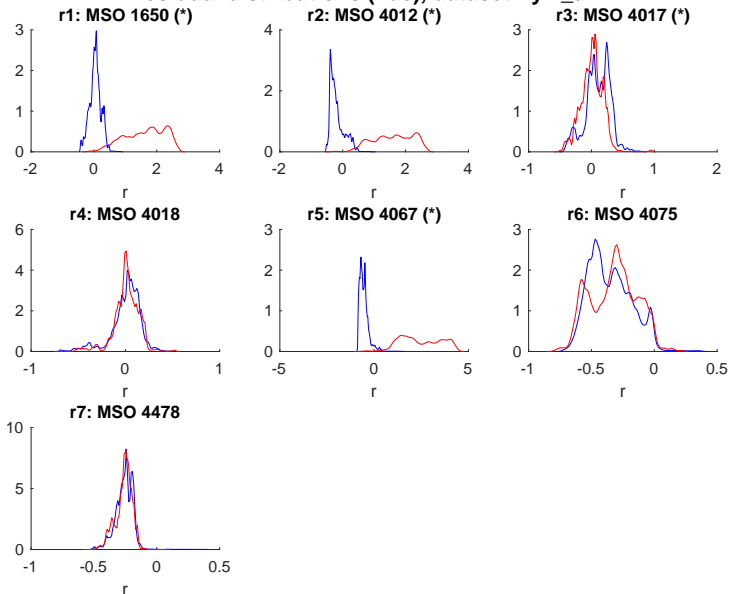
Idealt ska rödmarkerade kombinationer aldrig inträffa, men i brusiga miljöer kan man som regel inte helt undvika falskalarm och missad detektion.

10 % fel i massflödessensor – residualer

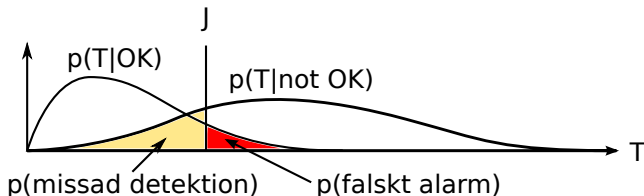
Residuals, dataset: fyw_af



Residual distributions (kde), dataset: fyw_af



Beslut i brusig och osäker miljö



Ett alarm som sker när systemet är felfritt är ett falskalarm (FA).

$$p(FA) = p(T > J | OK)$$

Idealt är ska $p(FA) = 0$.

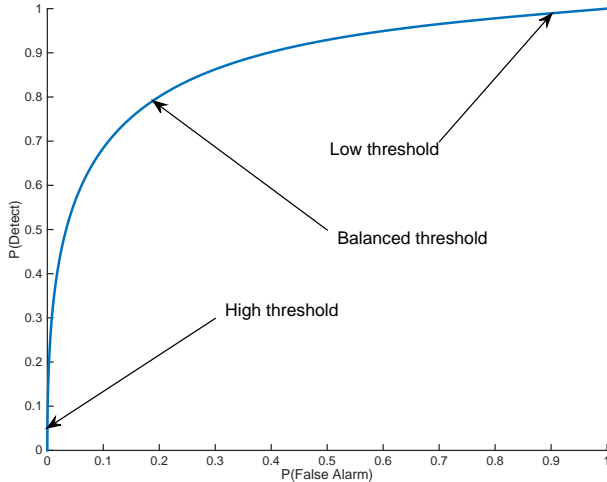
Händelsen att inte larma trots att det är fel kallas missad detektion (MD).

$$p(MD) = p(T < J | \neg OK)$$

Idealt ska $p(MD) = 0$.

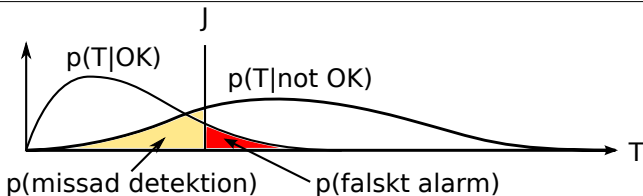
Tröskeln J styr kompromissen mellan falskalarm och missad detektion. Hur ska den väljas?

Typisk avvägning mellan $P(FA)$ och $P(D)$ – ROC-kurva



Vi kan lägga oss på valfri plats utefter den här kurvan via val av tröskel.

Beslut i brusig och osäker miljö - realistiska mål

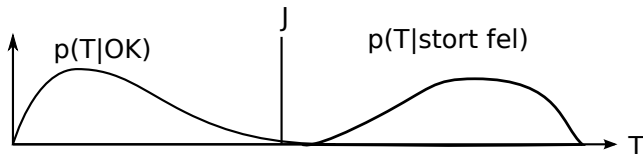


- Falskalarm är nästan helt oacceptabla eftersom de
 - undergräver förtroendet för diagnossystemet,
 - skapar onödiga utgifter för reparation av hela komponenter (det är extra svårt att hitta fel på hela komponenter),
 - försämrar prestanda genom att hela komponenter kopplas bort under drift,
 - försämrar tillgängligheten genom att ta systemet ur drift.
- Fel med signifikant storlek, dvs de utgör ett hot mot säkerhet, maskinskydd, eller överskrider lagkrav måste upptäckas.
- För små fel som endast ger gradvis försämring av prestanda kan det vara bättre att prioritera få falskalarm gentemot att få bra detektion.

Ofta specificeras ett krav på falskalarm: $p(FA) < \epsilon$.

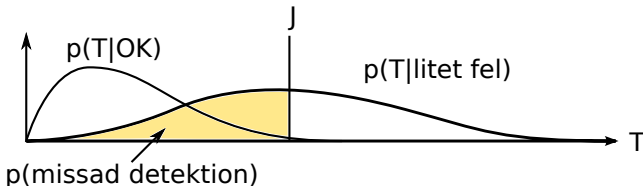
Beslut i brusig och osäker miljö

Stort fel:



Tydlig separation krävs för att uppfylla kraven. Om det inte är separerat så måste teststorheten förbättras, modellen utökas eller systemet byggas om.

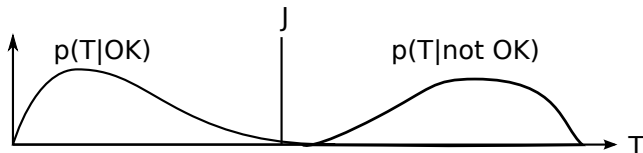
Litet fel:



För att maximera sannolikheten för detektion, väljs den minsta tröskeln så att $p(T > J|OK) < \epsilon$. I detta fall är det alltså fördelningen för det felfria fallet som bestämmer tröskeln J .

Beslut i brusig och osäker miljö

Tydlig separation (för alla möjliga felstorlekar):

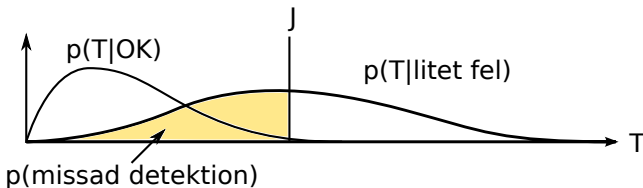


$$T \leq J \Rightarrow S = \{NF\}$$

$$T > J \Rightarrow S = \{F\}$$

	NF	F
T	0	1

Överlappande fördelningar (för någon möjlig felstorlek):



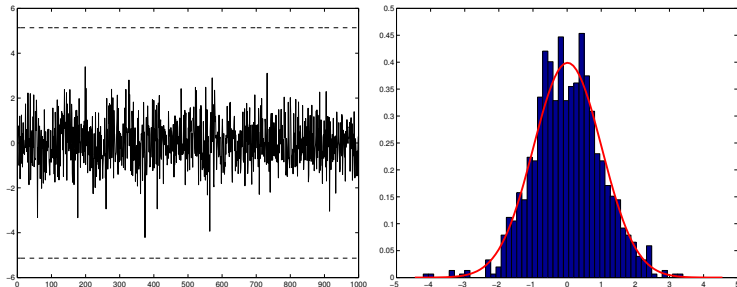
$$T \leq J \Rightarrow S = \{NF, F\}$$

$$T > J \Rightarrow S = \{F\}$$

	NF	F
T	0	X

Det senare fallet är typfallet i den här kursen.

Tröskelsättning baserat på felfria data

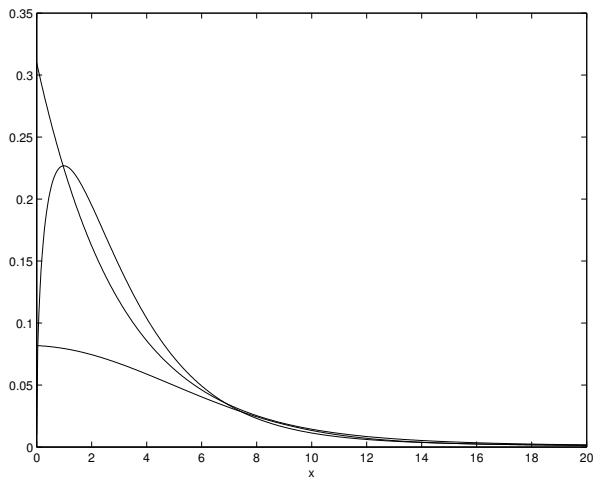


Antag nytt oberoende värde på teststorheten var tiondels sekund och ett krav på max 1 falsklarm per år ger

$$P(FA) = P(|T| > J|OK) \approx 3 \cdot 10^{-7}$$

Med en normalfördelningsapproximation så blir då tröskeln $J \approx 5.1$.

- $p(FA)$ är ett vanligt sätt att specificera prestanda
- Känslig för "svansens" fördelning och stationäritet
- Krävs mycket data för att få bra uppfattning om svansens fördelning
- Många verkliga fall är "svanstunga"



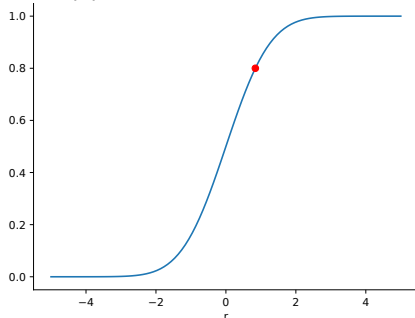
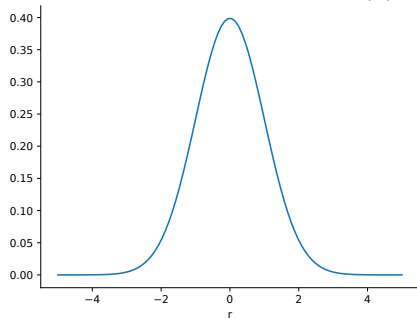
- Tre helt olika fördelningar
- För låga falskalarmssannolikheter så blir tröskelsättningen närmast identisk.

- Ofta väldigt höga krav på låg falskalarmssannolikhet $\sim 10^{-9} \Rightarrow$ väldigt mycket data behövs för att kunna sätta tröskeln pålitligt i dessa fall! Kräver "endast" kunskap om yttersta svansen på fördelningen.
- Behövs väldigt mycket data för att få god uppfattning om svansen.
- Vid väldigt låga falskalarmssannolikheter kan man tex: parametrisera upp svansens fördelning (exempelvis en exponentiell fördelning) och sätt tröskeln via den modellen.
- En tänkbar lösning på problemet är att göra flera **oberoende** test.

$$P(T < J) = \alpha \Rightarrow P(T_1 < J \wedge \dots T_N < J) = \alpha^N$$

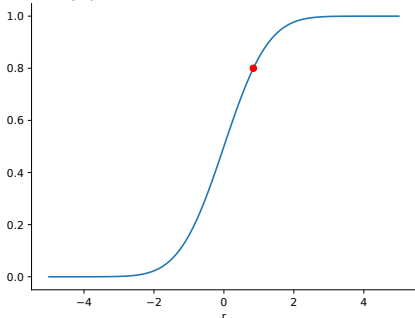
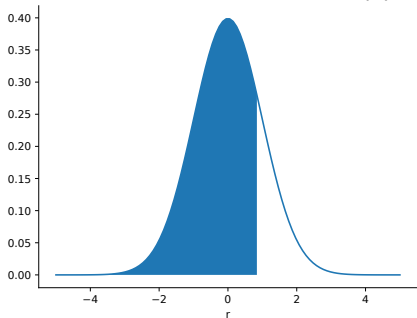
Tröskelsättning – fördelningar

Antag r är fördelad med pdf $f(r)$ och cdf $F(r)$,



Tröskelsättning – fördelningar

Antag r är fördelad med pdf $f(r)$ och cdf $F(r)$,



Att beräkna en tröskel J för signifikans α , dvs.,

$$P(r < J) = \alpha$$

så ges tröskeln J av

$$J = F^{-1}(1 - \alpha)$$

- *Tröskelsättning och beslut i osäker miljö*
- *Tröskelsättning i ett idealiserat fall*
- *Adaptiva trösklar*
 - *Prediktionsfel*
 - *Likelihood-funktionen*
 - *Parameterskattning*
 - *Residualer*
- *Hur bra är min teststorhet?*

Tröskelsättning baserat på modellerat brus

$$y(t) = bu(t) + v(t) \quad v(t) \sim N(0, \sigma_v^2)$$

Nominellt värde på b är b_0 .

U , Y , och V betecknar staplade kolumnvektorer av u , y , och v vid olika tidpunkter. Då kan modellen skrivas som:

$$Y = Ub + V$$

En teststorhet baserad på en parameterskattning:

$$T_2(z) = (\hat{b} - b_0)^2 \quad \text{där} \quad \hat{b} = \frac{1}{U^T U} U^T Y$$

Beakta skattningsfelet i det felfria fallet, dvs. $b = b_0$:

$$\hat{b} - b_0 = \frac{1}{U^T U} U^T (Ub_0 + V) - b_0 = \frac{1}{U^T U} U^T V$$

$$y(t) = bu(t) + v(t) \quad v(t) \sim N(0, \sigma_v^2)$$

Skattningsfelet i det felfria fallet är:

$$\epsilon = \hat{b} - b_0 = \frac{1}{U^T U} U^T V$$

Skattningsfelet ϵ är normalfördelat enligt:

$$E(\epsilon) = E\left(\frac{1}{U^T U} U^T V\right) = \frac{1}{U^T U} U^T E(V) = 0$$

$$\text{Cov}(\epsilon) = E\left(\frac{1}{U^T U} U^T V\right)^2 = \frac{1}{(U^T U)^2} U^T E(VV^T) U = \frac{1}{U^T U} \sigma_v^2$$

$$\epsilon \sim N\left(0, \frac{\sigma_v^2}{U^T U}\right)$$

Skattningsfelet

$$\epsilon \sim N(0, \frac{\sigma_v^2}{U^T U})$$

har en varians som beror på u !

\Rightarrow för fix tröskel kommer falskalarmssannolikheten att bero på hur processen styrs. (Dåligt!)

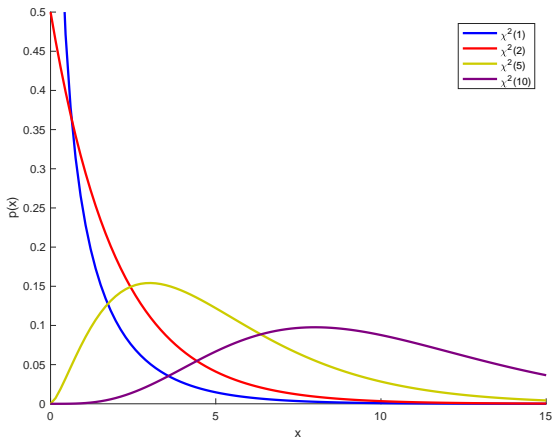
Multiplitera skattningen med $\sqrt{U^T U}/\sigma_v$:

$$\frac{\sqrt{U^T U}}{\sigma_v}(\hat{b} - b_0) \sim N(0, 1)$$

så fås

$$T'_2(z) = \frac{U^T U}{\sigma_v^2}(\hat{b} - b_0)^2 \quad \hat{b} = \frac{1}{U^T U} U^T Y$$

där $T'_2(z) \sim \chi^2(1)$



- Låt $x_i \sim \mathcal{N}(0, 1)$ där x_1, \dots, x_N är oberoende sampel. Då är

$$\sum_{i=1}^N x_i^2 \sim \chi^2(N)$$

- χ^2 med N frihetsgrader

Känslighet för “okontrollerbara effekter” och robusthet

- Man vill ha **samma** falskalarms sannolikhet i sitt beslut hela tiden, oberoende av förändringar i signalen u och tillstånd x , störningar d , modellfel.
- Kräver att fördelningen för $T(z)$ ej förändras!

Men teststorheterna kan vara känsliga för dessa okontrollerbara effekter på grund av:

- modellfel
- dålig excitation
- mätbrus och modellbrus
- approximativ avkoppling

Robusthet: teststorhetens förmåga att uppfylla prestandamål även då modellfel etc. påverkar processen

Något som kallas **normalisering** används för att säkerställa att fördelningen för $T(z)$ ej ändras.

Vanlig arbetsgång vid val av tröskel är att uppfylla en viss falskalarmssannolikhet α .

- 1 Skapa en teststorhet
- 2 Normalisera så att du (förhoppningsvis) har en teststorhet $T_k(z)$ med någorlunda konstant variation (fördelning) för olika arbetspunkter under H^0 .
- 3 Givet fördelningen på $T_k(z)$ välj en tröskel J_k så att

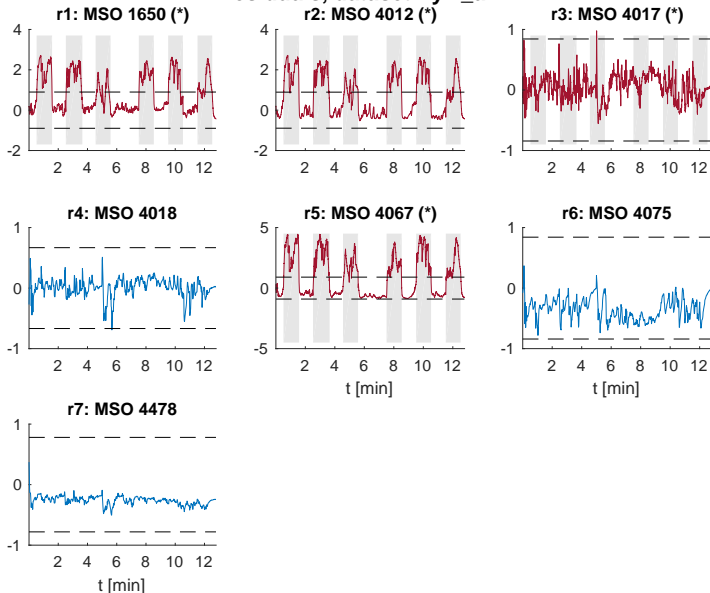
$$P(T_k(z) > J_k | H_k^0) \leq \epsilon$$

(eller på annat sätt beroende på hur kraven är specificerade)

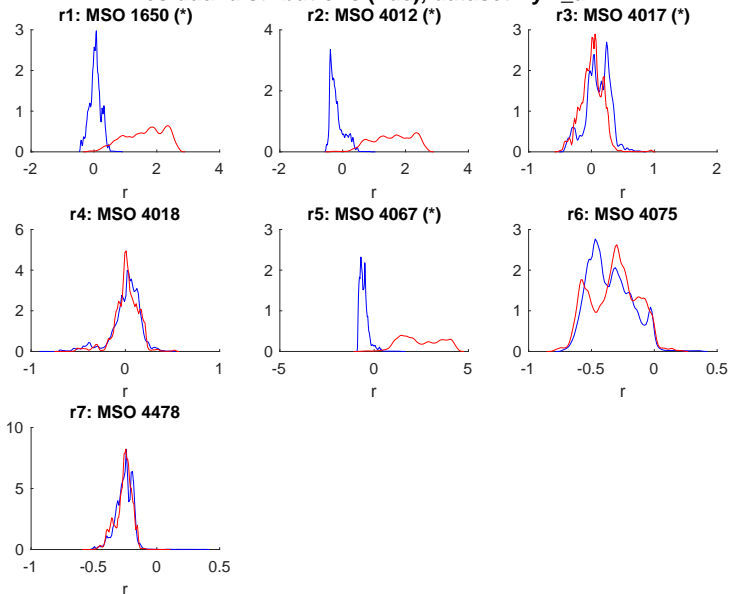
Nu ska vi studera normaliseringen.

10 % fel i massflödessensor – residualer

Residuals, dataset: fyw_af



Residual distributions (kde), dataset: fyw_af



- *Tröskelsättning och beslut i osäker miljö*
- *Tröskelsättning i ett idealiserat fall*
- *Adaptiva trösklar*
 - *Prediktionsfel*
 - *Likelihood-funktionen*
 - *Parameterskattning*
 - *Residualer*
- *Hur bra är min teststorhet?*

Design av teststorheter baserat på:

- prediktionsfel
- likelihood-funktionen
- parameterskattningar
- residualer
konsistensrelationer, observatörer

Metodik för att normalisera i dessa 4 fall?

Minns

$$T(z) = \min_{\theta \in \Theta^0} V(\theta, z) > c_1 \quad (\text{reject } H_0)$$

Vi behöver ett mått på modellosäkerheten

$$W(z) = \min_{\theta \in \Theta} V(\theta, z) = \min_{\theta \in \Theta} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t|\theta))^2$$

Minimeringen är över **alla** möjliga θ .

$$J_{adp} = \min_{\theta \in \Theta} V(\theta, z) \leq c_1$$

eller ekvivalent:

$$T'(z) = \frac{\min_{\theta \in \Theta^0} V(\theta, z)}{\min_{\theta \in \Theta} V(\theta, z)} > c_1 \quad (\text{reject } H_0)$$

$$J_{adp} = \max_{\theta \in \Theta} L(\theta|z) \ c_1$$

H_0 förkastas om

$$T(z) = \max_{\theta \in \Theta^0} L(\theta|z) < \max_{\theta \in \Theta} L(\theta|z) \ c_1$$

Med normalisering: H_0 förkastas om

$$T'(z) = \frac{\max_{\theta \in \Theta^0} L(\theta|z)}{\max_{\theta \in \Theta} L(\theta|z)} < c_1$$

$T'(z)$ kallas **likelihood ratio**-test

Andra ord som används är **maximum likelihood ratio** eller **generalized likelihood ratio**

Antag hypoteserna

$$H^0 : \theta = \theta_0$$

$$H^1 : \theta = \theta_1$$

där pdf för observationerna är den kända fördelningsfunktionen $f(z|\theta_i)$ i de två fallen.

En lite "slarvig" formulering av Neyman-Pearson lemma är då:
Den bästa tänkbara teststorheten för dessa hypoteser är

$$T(z) = \frac{f(z|\theta_1)}{f(z|\theta_0)}$$

Finns generaliserade resultat för nollhypoteser som inte är singeltons.

Mer om detta senare i kursen.

Normalisering med parameterskattning

Teststorheten kan skapas enligt

$$T = (\hat{\theta}_N - \theta_0)^2, \quad \hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t|\theta))^2$$

Fördelningen på skattningen varierar med grad av excitation etc. och för att kunna normalisera så måste vi på något sätt räkna ut den.

I det tidigare enkla exemplet så kunde vi räkna ut att

$$\hat{b}_N - b_0 \sim \mathcal{N}(0, \frac{\sigma_v^2}{U^T U})$$

där $U^T U$ är graden av excitation. Därmed kunde vi normalisera och sätta tröskel. Generellt är det svårt att exakt räkna ut skattningens fördelning.

Två möjligheter:

- 1 asymptotiska resultat
- 2 simulering, Monte-Carlo

Asymptotisk fördelning hos skattning

Att exakt räkna ut vilken fördelning $\hat{\theta}_N$ enligt nedan får är svårt, och i mer komplicerade fall ogörligt.

$$T = (\hat{\theta}_N - \theta_0)^2, \quad \hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t|\theta))^2$$

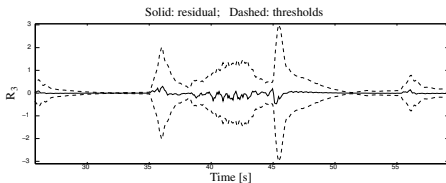
En möjlighet är att se till att N är tillräckligt stort, då kan man använda asymptotiska resultat

$$\sqrt{N}(\hat{\theta}_N - \theta_0) \sim \text{As}\mathcal{N}(0, P)$$

där kovariansen P kan skattas utifrån de data som användes vid skattningen.

Jag tar inte med uttrycken här, men formerna hittas i "Modellbygge och simulering", eller i mer detalj i "System Identification - Theory for the user" av Lennart Ljung.

Uppmätta data från en ventil i luftsystemet i Gripen:



Man vet att modellen är bättre/mer noggrann då man rör sakta på ventilen och sämre vid hastiga förändringar av vinkeläget. Utnyttja det!

Exempel: linjärt system

$$y = (G(s) + \Delta G(s))u$$

där $\Delta G(s)$ är modellfel

$$r = H_y(p)y + H_u(p)u = H_y(p)\Delta G(p)u \neq 0$$

$\delta > \|\Delta G(s)\|$ är en känd övre gräns på storleken hos modellfelet $\Delta G(s)$.
Ett sätt att välja en adaptiv tröskel:

$$J_{adp}(t) = \delta \|H_y(p)u\| + J_0$$

eller mer allmänt

$$J_{adp}(t) = c_1 W(z) + c_2$$

där $W(z)$ är ett mått på modellosäkerheten.

Man kan även ha dynamiska adaptiva trösklar:

$$y = G^0(s)u = \frac{1}{s + a + \Delta a}u \quad |\Delta a| < \delta \ll a$$

$$\Delta G(s) = G^0(s) - G(s) \approx -\frac{\Delta a}{(s + a)^2}$$

$$r = y - G(s)u = \Delta G(s)u$$

En adaptiv tröskel kan med denna information sättas till tex.:

$$J(z) = c_1 \left| \frac{\delta}{(p + a)^2} u \right| + c_2$$

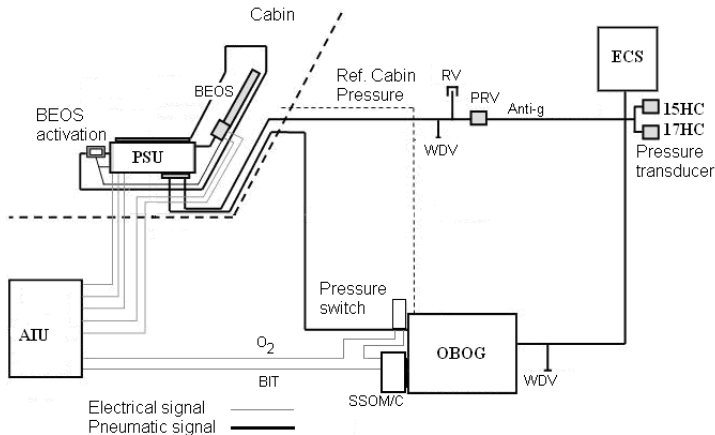
Ekvivalent med **normalisering** av teststorheten:

$$T(z) \geq J_{adp} = c_1 W(z) + c_2 \quad (\text{reject } H_0)$$

som är ekvivalent med

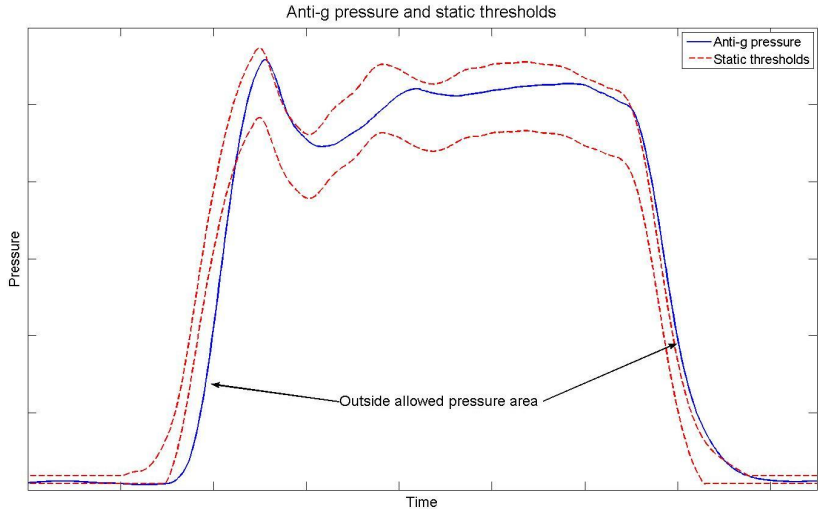
$$T'(z) = \frac{T(z)}{c_1 W(z) + c_2} \geq 1 \quad (\text{reject } H_0)$$

Exempel: tryckövervakning i g-kraftbyxor i Gripen



Trycksatta byxor för anti-g, exjobb: "Pressure Monitoring and Fault Detection of an Anti-g Protection System", Kim Andersson (2010).

Exempel: tryckövervakning i g-kraftbyxor i Gripen



- *Tröskelsättning och beslut i osäker miljö*
- *Tröskelsättning i ett idealiserat fall*
- *Adaptiva trösklar*
 - *Prediktionsfel*
 - *Likelihood-funktionen*
 - *Parameterskattning*
 - *Residualer*
- *Hur bra är min teststorhet?*

- Falsklarm = förkasta H_0 när H_0 är sann (TYP I)
- Missad detektion = förkasta inte H_0 när H_1 är sann (TYP II)
- Signifikansnivå = sannolikhet att förkasta H^0 när H^0 är sann.

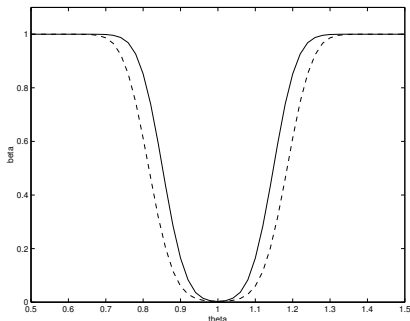
Både falsklarm och missad detektion beskrivs av:

Styrkefunktion (power function)

$$\beta(\theta) = P(T(z) \geq J \mid \theta)$$

Typiskt utseende på styrkefunktioner

Exempel på två styrkefunktioner där $\theta_0 = 1$:



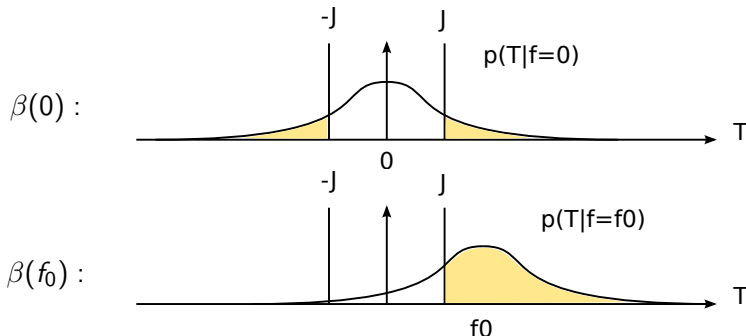
$$\beta(\theta) = P(T(z) \geq J \mid \theta)$$

- Styrkefunktionen är ett bra instrument för att avgöra testprestanda
- Signifikansen är *lika* för båda testen \Rightarrow testet som motsvarar den heldragna linjen är bättre.

Analytisk beräkning av styrkefunktionen

Om fördelningen för en teststorhet T givet felstorlek f är känd beräknas styrkefunktionen:

$$\begin{aligned}\beta(f) &= P(|T| \geq J|f) = P(T \leq -J|f) + P(T \geq J|f) = \\ &= \text{integrera gulmarkerade områden}\end{aligned}$$



Notera att man kan alltid välja tröskeln J så att man får en viss signifikansnivå på testet.

Analytisk härledning av styrkefunktionen: Parameterskattning

Modell:

$$y(t) = bu(t) + v(t) \quad v(t) \sim N(0, \sigma_v^2), \text{ vitt}$$

Teststorhet baserad på parameterskattning:

$$T_2'(z) = \frac{U^T U}{\sigma_v^2} (\hat{b} - b_0)^2, \quad \hat{b} = \frac{1}{U^T U} U^T Y, \quad \underbrace{\frac{\sqrt{U^T U}}{\sigma_v} (\hat{b} - b_0)}_{=: \epsilon} \sim N(b - b_0, 1)$$

Notera att fördelningen även för fall då $b \neq b_0$ behövs, till skillnad från vid tröskelsättning.

Givet en tröskel J_2 :

$$\beta(b) = P(T_2'(z) = \epsilon^2 \geq J_2 \mid b)$$

vilket är ekvivalent med

$$\beta(b) = P(\epsilon \leq -\sqrt{J_2} \mid b) + P(\epsilon \geq \sqrt{J_2} \mid b)$$

Analytisk härledning av styrkefunktionen: Prediktionsfel

$$y(t) = bu(t) + v(t) \quad v(t) \sim N(0, \sigma_v^2), \text{ vitt}$$

Teststorhet baserad på prediktionsfel:

$$T_1(z) = \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t))^2 = \sum_{t=1}^N (y(t) - b_0 u(t))^2$$

Felfritt fall:

$$\frac{y(t) - b_0 u(t)}{\sigma_v} = \frac{b_0 u(t) + v(t) - b_0 u(t)}{\sigma_v} = \frac{v(t)}{\sigma_v} \sim N(0, 1)$$

vilket implicerar, tillsammans med oberoende, att

$$\frac{T_1(z)}{\sigma_v^2} \sim \chi^2(N)$$

Alltså: Fördelning känd och vi kan analytiskt beräkna styrkefunktionen i felfritt fall, $\beta(b_0)$.

Analytisk härledning av styrkefunktionen: Prediktionsfel forts.

Härledning av signifikansnivån:

Givet en tröskel J_1 :

$$\beta(b_0) = P(T_1(z) \geq J_1 \mid b = b_0)$$

vilket är ekvivalent med

$$P\left(\frac{T_1(z)}{\sigma_v^2} \geq \frac{J_1}{\sigma_v^2} \mid b = b_0\right)$$

Men $\beta(b)$ för $b \neq b_0$ är det mer besvärligt.

Återkommer till hur man gör då.

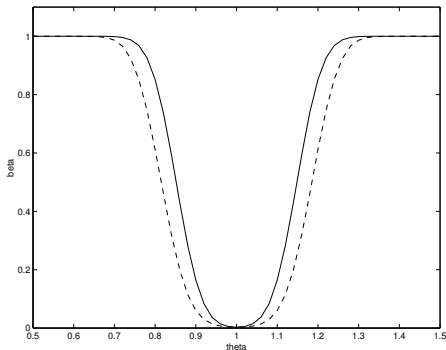
Jämföra två teststorheter med hjälp av styrkefunktionen

$$T_1(z) = \sum_1^N (y - \hat{y})^2 = \sum_1^N (y - b_0 u)^2$$

$$T'_2(z) = \frac{U^T U}{\sigma_v^2} (\hat{b} - b_0)^2$$

$$\hat{b} = \frac{1}{U^T U} U^T Y$$

$\beta_1(b)$ (streckad) och
 $\beta_2(b)$ (heldragen)



I figuren är $b_0 = 1$.

Teststorheten baserad på parameterskattningen är bäst av de två.

I det här fallet går det att visa att det inte finns någon teststorhet som är bättre än $T'_2(z)$. (Neyman-Pearson Lemma)

Grundproblemet är att under H_0 hitta fördelningen för en teststorhet

$$T_k(z)$$

där $T_k(z)$ är en olinjär funktion. I detta sammanhang kanske en minimering av en kvadratisk funktion.

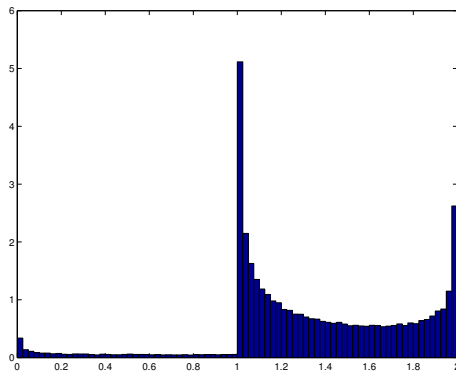
Analytisk lösning oftast ej möjlig. Två vägar som finns att tillgå är:

- 1 Slumpa fram data z och se vad $T_k(z)$ får för fördelning
- 2 Om möjligt, mät upp (mycket) data

Titta på histogrammet för $T_k(z)$. Problem med sammansatta nollhypoteser.

$$Y = \sin(X^2) + 1 \quad \text{där} \quad X \sim N(0, 1)$$

Generera 10^5 oberoende observationer X , beräkna Y och plotta histogram:



Monte-Carlo simulering

- 1 Antag en fördelning för brus i data z .
- 2 Fixera parametern θ för vilken vi ska beräkna $\beta(\theta)$.
- 3 I en dator, generera en stor mängd dataserier z_i , $i = 1, \dots, N$
- 4 För varje dataserie z_i , beräkna $t_i = T(z_i)$.
- 5 Samla ihop alla N värdena t_i i ett histogram = skattning av $f(t|\theta)$.
- 6 Genom att använda en fix tröskel J_k , skatta $\beta(\theta)$.
- 7 Gå tillbaka till steg 2 och fixera ett nytt θ .

Stora mängder uppmätta data istället för simulering.

Simulera fel på uppmätta felfria data

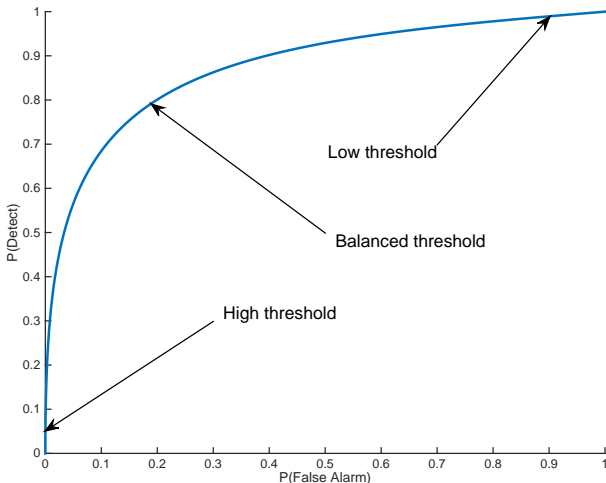
Ett sätt att uppskatta styrkefunktionerna är att mäta upp mycket data. Ofta är det omöjligt (inte alltid) att mäta upp data där man har fel på processen. Ett sätt, som inte alltid är applicerbart är att mäta upp felfria data och addera felen i efterhand.

Exempel: ett förstärkningsfel i sensor-signalen ($g = 1$ är fel-fritt)

$$y_{\text{simul}}(t) = g \, y_{\text{uppmätt}}(t)$$

Inte exakt rätt om man har återkopplingar i systemet.

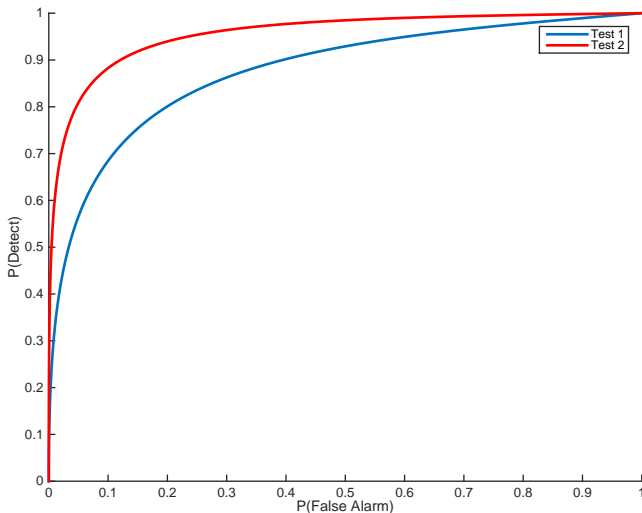
Typisk avvägning mellan $P(FA)$ och $P(D)$ – ROC-kurva



Vi kan lägga oss på valfri plats utefter den här kurvan via val av tröskel.

ROC-kurvor (Receiver Operating Characteristics)

Sannolikheten för detektion $P(D)$ plottas som funktion av sannolikheten för falskalarm $P(FA)$ för olika tröskelval men för en given felstorlek.



Test 2 tydligt bättre än test 1

- Tröskelsättning
 - svansen på den fördelningen för felfria fallet
 - om fördelningen beror på observationerna, använd normalisering eller adaptiva trösklar
- Utvärdering av test mha styrkefunktionen
 - kopplar till sannolikheten för falskalarm och missad detektion
 - för att skatta styrkefunktionen krävs fördelning även för felfall. Om dessa inte går att analytiskt beräkna behövs stora mängder data eller Monte-Carlo simuleringar.

Nästa föreläsning handlar om olinjär residualgenerering.

TSFS06 Diagnos och övervakning
Föreläsning 6 - Tröskling och analys av teststorheter

Erik Frisk

Institutionen för systemteknik
Linköpings universitet
erik.frisk@liu.se

2022-04-14