Talteori 6hp, Kurskod TATA54, Provkod TEN1
Aug 20, 2020
LINKÖPINGS UNIVERSITET
Matematiska Institutionen
Examinator: Jan Snellman

Alla problem ger maximalt 3 poäng. Full poäng kräver fullständig lösning. Inga hjälpmedel. 8p räcker för betyg 3, 11p för betyg 4, 14p för betyg 5.

1) Ange kedjebråksutvecklingen av $\frac{225}{117}$.

2) Lös kongruensen $x^2 + x + 3 \equiv 0 \mod 5$. Lös den sedan modulo 5^2. Ange antalet lösningar modulo 5^k för $k \geq 3$.

3) Låt, för varje positivt heltal n, T_n vara det begränsade område som ges av

$$\{ (x, y) | n \geq x \geq 0, \; y \geq 0, \; 3y \leq 2x \}.$$

Låt $t(n)$ beteckna antalet punkter i T_n vars båda koordinater är heltal. Hitta ett positivt heltal k samt polynom $p_0(n), \ldots, p_{k-1}(n)$ så att

$$t(n) = p_r(n) \quad \text{om } n \equiv r \mod k$$

4) Kan 1470 skrivas som summan av två kvadrater? Gör så om möjligt, annars skriv 1470 som summan av 4 kvadrater.

5) Hitta alla lösningar i positiva heltal till $x^2 + 2y^2 = z^2$.

6) Låt f vara en multiplikativ aritmetisk funktion. Låt det positiva heltalet n ha primtalsfaktorisering $n = p_1^{a_1} \cdots p_k^{a_k}$. Visa att

$$\sum_{d|n} \mu(d) f(d) = (1 - f(p_1)) \cdots (1 - f(p_k))$$